新型环面节流静压气体球轴承压力 分布的有限元计算

郭良斌^{1,2},王祖温²,包 钢²,李 军²

(1. 武汉科技大学城市建设学院 交通运输系,湖北 武汉 430070;2. 哈尔滨工业大学 SMC 气动技术中心,黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:环面节流多孔闭式球轴承具有整体球窝,是静压气体球轴承的一种新结构形式 通过引入流场驻点附近的无穷 小邻域,使得处理该轴承在球面坐标系中球窝中心点保角变换不存在这一数学难题成为可能,并给出了用伽辽金加权 余量法进行有限元离散时边界条件的数学描述 计算结果表明,尽管边界条件不同,"比例分割算法 '对闭式气体球轴 承气膜压力场的求解仍然有效,只是迭代时间稍长 环面节流多孔闭式球轴承在气膜中心区域存在流动滞止区,滞止 区压力基本相等且高于远离供气孔的其它气膜区域的压力

关键词:静压气体球轴承;环面节流;压力分布;有限元;伽辽金加权余量法

中图分类号: TH133 36 文献标识码: A 文章编号: 1004-0595(2004)06-0531-05

静压气体球轴承能提供三自由度的低摩擦运动、 是空间飞行器三轴仿真气浮台的关键部件之一 用于 飞行器地面姿态模拟器的静压气体球轴承具有三种 典型结构,其一为Robert^[1]提出的跑合型单供气孔 小孔节流球轴承: 其二为小孔节流多孔开式气体球轴 承^[2]; 其三为新近出现的环面节流多孔闭式气体球轴 承 跑合型单供气孔小孔节流球轴承最先投入使用. 但其稳定性较差^[3]. 已基本被淘汰 小孔节流多孔开 式气体球轴承承载效率和流量特性不够理想,多用于 有结构限制的场合 环面节流多孔闭式气体球轴承是 随国际上微小卫星研究的兴起而出现的新型静压气 体球轴承 迄今尚未见针对这种新型气体球轴承的理 论分析或实验研究的相关报道 刘暾等^[2,4]针对开式 气体轴承提出了"比例分割算法",安旭等[5]针对开式 气体轴承进行了实验研究 值得注意的是,不同于小 孔节流多孔开式球轴承,环面节流多孔闭式结构球轴 承具有整体球窝,当对球面坐标系中的二维雷诺方程 进行保角变换时,数学上存在着 8=0 点保角变换不 存在的困难 此外, 两类轴承的边界条件不同, 用于小 孔节流多孔开式球轴承的"比例分割算法"不一定适 用于环面节流多孔闭式球轴承压方分布方程组的求 解 为此、本文作者着重探讨处理 θ= 0 点保角变换不 存在这一数学困难的方法、使用伽辽金加权余量法进 行有限元离散时雷诺方程边界条件的数学描述、采用 "比例分割算法"处理静压气体润滑问题的普适性,并 分析了新型环面节流多孔闭式球轴承气膜的压力分 布特性

1 球面坐标系中的雷诺润滑方程

球轴承所在的球面坐标系如图 1 所示

静压球面气体润滑定常无因次可压缩雷诺润滑 方程为:

$$\sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} (\vec{h}^{3} \sin\theta \frac{\partial \vec{p}^{2}}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (\vec{h}^{3} \frac{\partial \vec{p}^{2}}{\partial \varphi}) = 0,$$

(\theta \theta, \theta \theta, \theta \theta, \theta \theta, \theta \theta \theta \theta \theta. (1)

式中: θ 和 φ 是气膜中任一点的球面坐标, θ 和 \Re 是 供气孔所在的球面坐标; \overline{h} 为气膜中任一点的无因次 厚度, $\overline{h} = h/e(e$ 是球心的起浮高度); \overline{p} 为气膜中任一 点的无因次压力, $\overline{p} = p/p_s(p_s)$ 为轴承供气压力).

因静压气体球轴承的N 个供气孔沿圆周均匀分 布,且气浮台工作时球体不受水平力的作用,因此球 轴承工作时球心仅沿铅垂方向运动,轴承对称于通过 球心的铅垂线 计算时可取 1/2N 球窝面(图 1 中阴 影部分)为求解域

7

收稿日期: 2003-12-30; 修回日期: 2004-04-10/联系人郭良斌, erm ail: guo liangbin@ sina com.

作者简介:郭良斌,男,1973年生,讲师,目前主要从事气体润滑技术研究

基金项目: 国家 863-704 计划资助项目(2002AA 742049).



 Fig 1
 Spherical coordinates of spherical gas bearing

 图 1
 气体球轴承球面坐标系示意图

2 闭式球轴承雷诺方程的保角变换

式 (1) 所示的雷诺方程形式过于复杂, 无法直接 进行有限元求解, 为此须对其进行保角变换 变换式 通常取 $\alpha = \ln tg (\theta/2), d\alpha = d\theta/\sin\theta$, 引入无因次压方 $f = p^2, 代入(1)$ 后即可将其变换成求解域为标准矩形 的静压雷诺气体润滑方程 值得注意的是, 当 $\theta = 0$ 时, 上述保角变换式不存在 对于开式气体球轴承, 由 于实际求解域中不存在 $\theta = 0$ 点, 故直接变换在理论 上可行^[2,5]. 但闭式气体球轴承具有整体球窝, $\theta = 0$ 点 存在且具有确定的物理意义, 故进行相应的保角变换 时必须考虑如何处理 $\theta = 0$ 点的问题 程雪梅等^[6]分 析了各种结构静压气体轴承的变换方法, 但并未注意 到上述问题

根据气体动力学理论可以初步判断供气孔对称 分布的闭式气体球轴承流场内的流线分布具有如下 特征:从某一供气孔向内流动的气流由于受到其它供 气孔相反方向来流的阻碍,达到滞止后流动方向发生 逆转,直至与向外流动的主流汇合,最终从轴承边界 流入周围环境 因此,在球窝中心 $\theta=0$ 点处将形成一 个驻点 大量的流动实例表明流场驻点附近微小邻域 边界上的压力同驻点上的气体压力非常接近,因此我 们可以引入一个无限小半径 R_a (见图 1),通过求得该 半径为 R_a 的邻域边界上的压力来近似得到驻点 $\theta=0$ 点的压力 当半径 R_a 趋于无穷小时,可以认为闭式气 体球轴承的求解域等同于 R_a 到 R_b 之间的环形阴影 区域 变换后的方程如下:

 $\frac{\partial}{\partial \alpha}(\overline{h^3}\,\frac{\partial}{\partial \alpha}) + \frac{\partial}{\partial \gamma}(\overline{h^3}\,\frac{\partial}{\partial \gamma}) = 0, \,\{\alpha \quad [\ln tg\,(\theta_c/2),$

 $\ln tg (\mathbf{\theta}/2)], \boldsymbol{\varphi} [0, \frac{\pi}{N}], \boldsymbol{\alpha} \quad \mathbf{\alpha}_{0} \quad \boldsymbol{\varphi} \quad \boldsymbol{\varphi}_{0} \}.$ (2)

式中: 6. 表示半径为R。的邻域边界对应的球面坐标 求解域的变换情况如图 2 所示

为了求解雷诺方程,必须确定一定的边界条件作 为定解条件.定义整个求解域的边界为 Γ,图 2 给出



了组成 Γ 的三类边界, 对应的边界条件分别为:在 大气边界 b_a 上, $f = \overrightarrow{p_a} = f_a$; $\overrightarrow{p_a}$ 为无因次的大气压; 在供气孔区域 A_b 及边界 b_b 上, $f = \overrightarrow{p_a} = f_d$, $\overrightarrow{p_a}$ 为无因 次的供气孔出口压力;在对称边界 b_s 上, $\hat{g} / \partial t = 0$, n 为边界的正法线

当半径 R。趋于无穷小时, 由半径 R。展成的矩形 求解域内边界的极限为球窝顶点, 故可将 R。边界视 作对称边界加以处理 我们经计算发现 R。可取千分 之一或万分之一 Rb, R。取不同值时经计算得到的气 膜压力分布差别很小, 可忽略不计. 闭式气体轴承与 开式气体轴承的边界条件不同, 开式气体轴承矩形求 解域的左边界和右边界均为大气边界, 上、下边界为 对称边界, 因此其求解域由 2 个对称边界和 2 个大气 边界组成, 而闭式气体轴承求解域由 3 个对称边界和 1 个大气边界组成(见图 2).

3 气膜压力场的有限元计算

对求解域进行如图 3 所示的有限单元划分 设 φ



图 3 求解域的有限单元划分

向等分数目为 N_{9} , 求解域内半径 R_{a} 与供气孔分布圆 半径 R_{h} 之间等分数目为 N_{i} , R_{h} 与求解域外半径 R_{b} 之间等分数目为 N_{0} , 图 3 所对应的网格划分参数为: $N_{9}= 8$, $N_{i}= 6$, $N_{0}= 3$ 需要注意的是, 坐标变换前后 求解域划分的网格形状不同; 与此同时, 尽管沿 θ 向 等分, 但 $\alpha = \ln t_{g}(\theta/2)$, 故坐标变换后各单元沿 α 向的 边长不相等, 单元面积也不相等. 有限元结点的编号 规则为: 压方未知的节流域结点和内部结点统一编 号, 顺序由左至右, 由下至上, 序号为 1 至 n_{ni} ; 压方已

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

知的大气边界结点单独编号,顺序由下至上,序号为 n_{ni} +1至 n_n 取三角形单元一阶Lagrange 插值函数:

$$\overline{f} = \frac{1}{A_{2e}} \left[(a_i + b_i \mathbf{Q} + c_i \mathbf{\mathcal{P}} \overline{f_i} + b_i \mathbf{Q} + c_i \mathbf{\mathcal{P}} \overline{f_i} + c_i \mathbf{\mathcal{P}} \overline{f_i} \right]$$

 $(a_j + b_j \alpha + c_j \vartheta f_j + (a_k + b_k \alpha + c_k \vartheta f_k].$ (3) 令三角形单元基函数为:

$$\Phi_{m} = \frac{1}{A_{2e}} (a_{m} + b_{m} \alpha + c_{m} \varphi), m = i, j, k.$$
(4)

式中: *am*、*bm*、*cm* 是与三角形单元顶点坐标有关的系数式(3)可改写为:

$$\overline{f} = \prod_{m=i,j,k}^{m} \Phi_{m} \overline{f}_{m}.$$
(5)

	<u> </u>	<u>ð 40 40 6</u>	$\partial \phi \partial \phi_+$	<u>ð 43 4</u>
f f ³ dodQ	, לא לא _ל	JP JP	'x6 x6	39 39
<u>J</u> f ^r uvu r	$\partial \phi \partial \phi$	<u>ð¢∂¢</u>	$\partial \phi \partial \phi$	$\partial \phi \partial \phi$
A_{2e}^2	ax ax+	3 \$P 3 \$P	ax ax+	JP JP
	$\partial \phi \partial \phi$	<u> </u>	<u> 2424</u>	<u> </u>
	_∂x ∂x ⁺	PF PF	∂x ∂x ⁺	PP PP

仅在 *e* 单元的边界属于整个求解域的边界 Γ 时, 即 *e* 单元中有 2 个结点位于求解域边界 Γ 上时,才计 算式(9)右端,否则取值为 0 式(9)可简记为:

 ${K^{(e)}}{F^{(e)}} = {T^{(e)}}.$ (10) 式中: ${K^{(e)}}$ 为 3 × 3 单元系数矩阵, ${F^{(e)}}$ 为 3 × 1 维 压方列阵, ${T^{(e)}}$ 为 3 × 1 维右端向量 当气膜间隙函 数 h已知时, 单元系数矩阵 ${K^{(e)}}$ 亦已知, 此时压方 列阵 ${F^{(e)}}$ 的元素将由压方未知的结点压方或压方已 知的边界结点构成 不同单元右端向量的取值比较复 杂, 随单元边界的不同而变化: 在对称边界 b_s 上的 单元, $\partial f / \partial n = 0, {T^{(e)}} = {0, 0, 0}^T;$ 在大气边界上 的单元, 若单元的大气边界边为 $G_{n,k}$, 则: 以单元为求解域,式(2)对应的伽辽金余量方程为[7]:

$$(\boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\Phi}) = \iint_{\boldsymbol{\alpha}} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\alpha}} (\overline{h^3} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\alpha}}) + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{P}} (\overline{h^3} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{P}})] \boldsymbol{\Phi} d\boldsymbol{\alpha} d\boldsymbol{\Psi} = 0 \quad (6)$$

$$(\epsilon, \Phi) = \iint_{\epsilon} \frac{\partial}{\partial t} (\overline{h^3} \frac{\partial}{\partial t}) + \frac{\partial}{\partial t} (\overline{h^3} \frac{\partial}{\partial t}) = \frac{\partial}{\partial t} (\overline{h^3} \frac{\partial}{\partial t}) = \frac{\partial}{\partial t} (\partial t) = 0 \quad (7)$$

$$(\boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\Phi}) = \iint_{\boldsymbol{\epsilon}} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\alpha}} (\overline{h^3} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\alpha}}) + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\varphi}} (\overline{h^3} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\varphi}})] \boldsymbol{\Phi} d\boldsymbol{\alpha} d\boldsymbol{\varphi} = 0 \quad (8)$$

积分符号下的字母 *e* 表示对某一个三角形的有限单元积分. 根据格林-高斯定理将式(6~8)中的二阶偏导转化为一阶偏导,并代入Lagrange 插值函数,则得到矩阵形式:

$$\frac{\partial \Phi \partial \Phi}{\partial x \partial x} + \frac{\partial \Phi \partial \Phi}{\partial P \partial P} \begin{bmatrix} \overline{f}_{i} \\ \overline{f}_{j} \\ \overline{f}_{k} \\ \partial \Phi \partial \Phi \\ \partial \Phi \partial X \\ \partial Y \\ \partial P \\ \partial P$$

$$\{T^{(e)}\} = \{0, I_{j,k} \stackrel{i}{h_{j,k}^{2}} \frac{\partial}{\partial i_{j,k}^{T}} (1 - \xi) d\xi, \\ I_{\overline{j,k}} \stackrel{i}{\overline{h_{j,k}^{2}}} \xi d\xi \}^{T}.$$
(11)

式中: 变量 ξ 为自然坐标, $\xi = s/\overline{l_{j,k}}$, s为线段长度; 包含有节流域单元, $\{T^{(e)}\} = \{0, \dots, \overline{h^3}, \frac{\partial}{\partial h_{h(e)}} ds, 0\}^T$.

通过Boole 矩阵运算将求解域内所有单元方程 组进行总体合成,得到总体有限元方程组,再代入已 知的大气边界结点 n_{ni}+ 1 至 n_n,即得到经过边界条件 修正后的总体有限元方程组:

$$\begin{bmatrix} K_{1,1} & \dots & K_{1,n_{h}} & \dots & K_{1,n_{ni}} \\ K_{n_{h},1} & \dots & K_{n_{h},n_{h}} & \dots & K_{n_{h},n_{ni}} \\ K_{n_{ni},1} & \dots & K_{n_{ni},n_{h}} & \dots & K_{n_{ni},n_{ni}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{f_{1}} \\ \overline{f_{n}} \\ \overline{f_{n}} \\ \overline{f_{n}} \\ \overline{f_{n}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & K_{1,r}f_{n} \\ \overline{f_{n}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & K_{1,r}f_{n} \\ \overline{f_{n}} \\$$

式中: {*K* }_{*n_a×n_a*是总体有限元方程组系数矩阵}

有限元方程组式(12)是非线性的代数方程组 刘 暾等^[2]针对开式气体球轴承的非线性有限元气体润 滑方程组提出了非常有效的"比例分割算法"我们经 计算实践发现,这种比例分割算法同样适用于闭式静 压气体球轴承的有限元气体润滑方程组的求解,并可 给出满意的计算解,只是计算时间稍长

4 闭式气体球轴承气膜压力分布特性

球轴承的结构参数如下: 球窝外包角 θ = 60 °供 气孔包角 θ = 30 °;球半径为 50 mm,供气孔数为 6, 供气孔直径为 0 6 mm. 气体参数如下: 温度 20 , 环境压力为标准大气压, 空气密度 1. 226 kg/m³, 动 力粘度 1. 833 Pa · s 轴承工作点为: 供气压力 $P_{s}=$ 0. 5 M Pa, $e_{0}=$ 16 μ m. 计算得到的 1/12 球窝区域的 经向(0坐标方向)压力分布示于图 4, 纬向(Q坐标方 向) 压力分布示于图 5.

边界流动的过程中不断加速

计算得到的供气孔出口压力 P_a 等于4 913 × 10⁵ Pa, 计算时小孔节流系数 C_a 的取值以 Pow ell 给出的 表达式为准:

n,

$$C_{o} = \begin{cases} 0 \ 8 & \frac{p_{a}}{p_{s}} < 0 \ 3; \\ - \ 95 \ 7888 (\frac{p_{d}}{p_{s}})^{5} + \ 281 \ 1172 (\frac{p_{d}}{p_{s}})^{4} - \ 323 \ 8044 (\frac{p_{d}}{p_{s}})^{3}, \quad 0 \ 3 \ \frac{p_{d}}{p_{s}} \ 0 \ 9; \\ 4 \ 575 - \ 4 \ 55 \frac{p_{d}}{p_{s}} & 0 \ 9 < \frac{p_{d}}{p_{s}}. \end{cases}$$

由图(4 和 5)可知, 当 θ [0, 22 5 9时, 无论 *Φ*取







Pig 5 Pressure distribution in direction of coordinate 图 5 纬向(9坐标方向)压力分布

何值, 沿经线方向的压力分布相等且数值较大 这表 明在供气孔向内的球窝中心部分, 气膜的压力较高 (0 44 M Pa), 比远离供气孔的其它气膜区域的压力 高, 且为定值 从图 6 所示的气膜三维压力分布图可 以清楚地看到, 球窝中心为压力基本相等的流动滞止 区, 这是取决于闭式球轴承整体球窝结构的独有特 性 上述计算结果同本文第二部分所述气膜流场分析 中存在驻点的预测结果相吻合.

当 θ [45 °, 60 °]时, 无论 *Φ*取何值, 沿经线方向 的压力分布曲线重合[见图(4 和 5)]; 当 θ 45 时, 仅 在经线方向(θ坐标方向)存在较大的压力梯度,而在 结线方向(Φ坐标方向)压力梯度为 0 这说明此区域 气流的速度完全取决于 θ坐标方向的速度分量,Φ坐 标方向的速度分量为 0 此外,越接近轴承边界的区 域, θ坐标方向的压力梯度越大,表明气流在向轴承

从图 6 所示的气膜三维压力分布图可以看出,在



 Big 6
 Pressure distribution of whole gas full

 图 6
 整个承载气膜区的压力分布

邻近供气孔的区域,沿经线和纬线 2 个方向同时存在 着较大的压力梯度,并在供气孔处形成明显的尖峰 这表明气体从供气孔流出后压力快速下降,气流从供 气孔流出后流速快速增加因此,供气孔的设计和加 工对气膜流场具有巨大影响

通过对比可知,闭式气体球轴承和开式气体球轴 承在供气孔附近及供气孔至球窝外包角的气膜区域 的压力分布类似^[5].有别于球窝中心区域的压力分 布,闭式气体球轴承气膜中心区域存在流动滞止区, 而开式球轴承在供气孔至球窝内包角的压力分布与 供气孔至球窝外包角的压力分布类似

5 结论

针对闭式气体球轴承 θ= 0 点保角变换不存在的 数学困难, 通过引入流场驻点附近的无穷小邻域, 实

142

现了相应的雷诺方程的数值求解 该处理方法同样可 以用于闭式止推圆盘气体轴承雷诺方程的求解 计算 结果表明,无论边界条件怎样变化,"比例分割算法" 作为迭代算法对静压气体轴承气膜压力场的求解具 有普适性;闭式气体球轴承气膜中心区域存在流动滞 止区,滞止区压力基本相等且比远离供气孔的其它气 膜区域的压力高 然而,尽管大量的流动实例和本文 计算结果均支持 θ= 0 点附近无穷小邻域边界上的解 趋于原方程中 θ= 0 点的解,但其作为确切的结论仍 有待于严格的数学证明和进一步研究

参考文献:

- [1] Grossman R L. Application of flow and stability theory to the design of externally pressurized spherical gas bearings [J]. Trans of A SM E, Journal of Basic Engineering, 1963, 85 (4): 495-502
- [2] 刘暾, 刘育华, 陈世杰 静压气体润滑 [M], 哈尔滨: 哈尔滨工业 大学出版社, 1990
- [3] 王祖温, 郭良斌, 包钢, 等. 单节流孔静压球面气体轴承动态特 性的有限元分析[J]. 摩擦学学报, 2003, 23 (5): 416-420 W ang ZW, Guo L B, Bao G, *et al* Finite element analysis of

the dynamic characteristics of externally pressurized spherical gas bearings with single orifice [J]. Tribology, 2003, 23 (5): 416-420

- [4] 刘暾, 彭春野, 葛卫平, 等. 小孔节流气体静压润滑的离散化和 计算收敛[J] 摩擦学学报, 2001, 21 (2): 139-142
 Liu D, Peng C Y, GeW P, *et al* On the discretization of orifice compensated externally pressurized lubrication and computational convergency [J] Tribology, 2001, 21 (2): 139-
- [5] 安旭,穆怀哲,徐丰仁 空气静压球面轴承的设计计算与实验研究[J] 磨床与磨削, 1988, (2): 35-41.
 An X, Mu H Zh, Xu F R. Study of externally pressurized spherical gas bearing with calculation and experiment [J]. Grinder and Grinding, 1988, (2): 35-41.
- [6] 程雪梅,陈海斌 一种研究空气静压轴承工作特性的新方法
 ——保角变换下的有限元分析法[J]. 渝州大学学报,1995,12
 (3):11-16

Cheng X M, Chen H B. A new method to study the properties of aerostatic bearing—finite element analysis method under conformal transformation [J]. Journal of Yuzhou University, 1995, 12 (3): 11-16

[7] 章本照 流体力学中的有限元方法[M] 北京: 机械工业出版 社, 1986

Fin ite Element Analysis of the Pressure D istribution of Externally Pressurized Spherical Gas Bearings With Inherent Compensation

GUO L iang-bin^{1, 2}, WANG Zu-w en², BAO Gang², L IJun²

(1. Department of Traffic and Transportation, W uhan University of Science and Technology, W uhan 430070, China;
 2. SM C Pneumatics Center, H arbin Institute of Technology, H arbin 150001, China)

Abstract: W ith respect to the externally pressurized spherical gas bearing w ith inherent compensation having integrated spherical socket, an infinitesimal radius Ra was introduced to get rid of the bottleneck that conformal transformation did not exist when θ was equal to zero. A series of equations for the analysis of the boundary conditions were deduced. It was found that the "proportion dividing algorithm" was also applicable to the solution of the gas film pressure field of the externally pressurized spherical gas bearing w ith inherent compensation and integrated spherical socket, though the boundary conditions were different from that of the gas bearing w ith portion spherical socket. The center region in the spherical gas film of the present gas bearing was dominated by a stagnant air flow, and the pressure in the stagnant air flow region was higher than that in the other region of the gas bearing excluding the adjacent region of the orifice and remained constant

Key words: externally pressurized gas bearing; inherent compensation; pressure distribution; finite element; weighted residual method

Author: GUO Liang-bin, male, born in 1973, Lecturer, e-mail: guo liangbin@sina com