

研究论文(261~ 265)

# 大间隙环流壁面摩擦及 偏心转子静特性研究\*

孙启国, 姜培林, 虞烈

(西安交通大学润滑理论及轴承研究所, 陕西 西安 710049)

**摘要:** 基于紊流整体流动模型和 Moody 壁面摩擦系数方程, 简化了大间隙环流三维流场非线性偏微分控制方程组, 推导了零阶摄动方程, 并采用数值方法对大间隙环流中偏心转子静特性进行了深入研究. 实例计算结果表明: 大间隙环流中转子与以轴承和密封为代表的小间隙环流中转子的静特性有很大不同; 壁面摩擦系数沿周向变化; 同时转子和静子壁面粗糙度以及偏心率对大间隙环流中转子静特性有较大的影响

**关键词:** 大间隙环流; 整体流动模型; 壁面摩擦; 转子静特性

**中图分类号:** TH 113.1

**文章标识码:** A

**文章编号:** 1004-0595(1999)03-0261-05

在流体机械中, 转子周围间隙环流很常见, 象离心泵中的径向滑动轴承, 径向动压密封, 潜水泵中的散热环和浸在水中或液态钠中的核泵转子等. 前两者中的环流间隙通常称为小间隙(无量纲间隙  $\delta \approx 0.001$ ), 而后两者中的环流间隙较前两者约大 2 个数量级, 因此本文称为大间隙( $\delta \approx 0.100$ ). 大间隙环流流场通常为紊流场, 其控制方程是典型的三维非线性偏微分方程组. 关于小间隙问题的研究很多<sup>[1,2]</sup>, 而涉及大间隙环流的研究迄今尚不多见.

Fritz<sup>[3]</sup>首先对大间隙环流进行了研究. Antunes 等<sup>[4,5]</sup>采用整体流动模型和 Hirs 壁面摩擦系数方程研究了浸入大间隙环流中转子的静、动特性, 在一些假设下推导了解析解. 本文基于更为合理的 Moody 壁面摩擦系数方程, 讨论了壁面摩擦系数, 并计入壁面粗糙度和转子偏心率等因素的影响, 采用数值方法对偏心大间隙环流静特性进行了深入讨论.

## 1 理论分析

图 1 所示为不可压缩大间隙环流的结构、控制体及静态力, 其三维控制方程可写为:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{W}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{d\vec{W}}{dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{W} \quad (2)$$

式中:  $\vec{W}$  为周向、径向及轴向速度矢量;  $\rho$  是流体密度;  $\mu$  是流体动力粘度;  $P$  是流体压力.

在研究滑动轴承三维紊流流场的求解时, Hirs 首先提出了紊流整体流动模型<sup>[6]</sup>. 后来 Childs<sup>[1]</sup>等将这种模型应用到径向动压密封三维紊流流场的求解, 获得了令人满意的结

\* 国家“九五”攀登计划资助项目(PD9521906).

1999-01-25 收到初稿, 1999-04-22 收到修改稿/本文通讯联系人孙启国

孙启国 男, 36 岁, 副教授, 在读博士生, 主要从事润滑理论、轴承技术及转子动力学研究, 现工作于兰州铁道学院

果我们也采用紊流整体流动模型对大间隙环流三维紊流流场进行简化 因此有:

$$\int_0^h \rho W dy = \rho h W. \quad (3)$$

式中:  $W$  表示周向及径向速度  $u$  和  $v$ ;  $h$  是流体局部间隙 引入分析紊流管流体摩擦时采用的流体摩擦系数的概念<sup>[3]</sup>, 壁面剪应力可表示为:

$$\tau = \frac{1}{2} \rho u^2 f. \quad (4)$$

其中摩擦系数  $f$  可以采用 Moody 壁面摩擦系数方程表示为:

$$f = c_1 \left[ 1 + \left( c_2 \frac{e}{h} + \frac{2c_3}{Re} \right)^{\frac{1}{3}} \right]. \quad (5)$$

式中:  $c_1, c_2, c_3$  是 Moody 实验常数,  $c_1 = 1.38 \times 10^{-3}$ ,  $c_2 = 1 \times 10^4$ ,  $c_3 = 5 \times 10^5$ ;  $e$  是壁面粗糙度;

$Re$  是 Reynolds 数 该方程假设摩擦系数为 Reynolds 数和相对壁面粗糙度的函数, 考虑了周向相对粗糙度变化对壁面摩擦系数的影响, 较 Hirs 摩擦系数方程式<sup>[6]</sup>更为合理<sup>[7]</sup>.

将式(3~5)代入式(1和2)得:

$$\frac{\partial t}{\partial t} + \frac{\partial(hu\theta)}{r\partial\theta} + \frac{\partial(hu_z)}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

$$-\frac{h}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{2} u_z (u_z^2 + u\theta^2)^{\frac{1}{2}} f_s + \frac{1}{2} u_z [u_z^2 + (u\theta - r\omega)^2]^{\frac{1}{2}} f_r + h \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u\theta \partial u_z}{r\partial\theta} + \frac{u_z \partial u_z}{\partial z} \right). \quad (7)$$

$$-\frac{h}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial\theta} = \frac{1}{2} u\theta (u_z^2 + u\theta^2)^{\frac{1}{2}} f_s + \frac{1}{2} (u\theta - r\omega) [u_z^2 + (u\theta - r\omega)^2]^{\frac{1}{2}} f_r + h \left( \frac{\partial u\theta}{\partial z} + \frac{u\theta \partial u\theta}{r\partial\theta} + \frac{u_z \partial u\theta}{\partial z} \right). \quad (8)$$

式中:  $\theta$  和  $z$  是周向及轴向坐标;  $r$  是转子半径;  $\omega$  是转子转速;  $t$  是时间; 下标  $\theta, z, r$  和  $s$  表示周向、轴向、转子及静子变量 为便于讨论, 这里仅考虑“无限长间隙环流”, 即忽略轴向变量的变化, 则以上方程可进一步简化为:

$$\frac{\partial t}{\partial t} + \frac{\partial(hu\theta)}{r\partial\theta} = 0 \quad (9)$$

$$-\frac{h}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial\theta} = \frac{1}{2} u\theta^2 f_s + \frac{1}{2} (u\theta - r\omega)^2 f_r + h \left( \frac{\partial u\theta}{\partial z} + \frac{u\theta \partial u\theta}{r\partial\theta} \right). \quad (10)$$

令  $h = h_0 + \epsilon h_1, P = P_0 + \epsilon P_1, u\theta = u_{\theta 0} + \epsilon u_{\theta 1}$ , 代入式(9和10)中, 得到零阶摄动方程:

$$\frac{\partial(h_0 u_{\theta 0})}{\partial\theta} = 0 \quad (11)$$

$$-\frac{\partial P_0}{\partial\theta} = \frac{\rho u_{\theta 0}^2 \partial u_{\theta 0}}{h_0 \partial\theta} + \frac{2\rho u_{\theta 0} \partial u_{\theta 0}}{\partial\theta} + \frac{r\rho}{2h_0} [u_{\theta 0}^2 f_{s0} + (n\omega - u_{\theta 0})^2 f_{r0}] \quad (12)$$

式中:  $\epsilon$  是摄动变量; 下标 0 和 1 表示零阶和一阶变量;  $h_0 = C(1 - \epsilon \cos\theta)$ ;  $C$  是同心间隙

式(11和12)的求解实际上是求解一个偏微分方程的初值 本文采用的初始条件及边界条件为:  $P_0(0) = 0, u_{\theta 0}(0) = 1.0 \times 10^{-6} n\omega, P_0(\theta) = (\theta + 2\pi), u_{\theta 0}(\theta) = u_{\theta 0}(\theta + 2\pi)$ .

求得压力场后, 用下式求解作用于转子上的无量纲静压力、力矩和静压力作用偏角

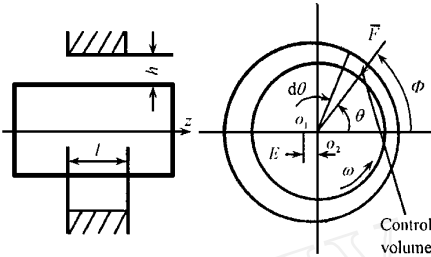


Fig 1 The structure, control volume, and hydrostatic force of a large gap annular flow

图1 大间隙环流的结构、控制体及静压力

$$\bar{F} = [(\bar{F}_x)^2 + (\bar{F}_y)^2]^{1/2}; \bar{T}_z = - \int_{-\pi}^{\pi} \bar{\tau}_0(\theta) d\theta \Phi = \tan^{-1}(\bar{F}_y/\bar{F}_x). \quad (13)$$

式中:  $\bar{F}_x = - \int_{-\pi}^{\pi} \bar{P}_0(\theta) \cos\theta d\theta$ ,  $\bar{F}_y = - \int_{-\pi}^{\pi} \bar{P}_0(\theta) \sin\theta d\theta$ , 下标  $x, y$  是方向坐标.

## 2 数值计算结果与分析

作为实例计算了某浸在水中的核泵转子的静特性 计算采用的无量纲变换为:  $\bar{u} = u/(\omega r)$ ,  $\bar{\tau} = \tau/(\rho\omega^2 r^2)$ ,  $\bar{e} = e/(2C)$ ,  $\bar{F} = F/(\rho\omega^2 r^2)$ ,  $\bar{T} = T/(\rho\omega^2 r^2)$ ,  $\epsilon = E/C$ ,  $\delta = C/r$ , 采用的数据为:  $\rho = 1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ;  $r = 0.1 \text{ m}$ ;  $\omega = 5.0 \times 10^3 \text{ r/min}$ ;  $\mu = 1.3 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$ .

表 1 给出了部分静态参数数值计算结果与已有解析计算结果和实验数据的比较情

表 1 部分静态参数数值计算结果、解析计算结果和实验结果的比较

Table 1 Static parameters comparison of numerical and analytic and experimental result

Static parameters	Eccentricity ratio $\epsilon$				
	0.00	0.24	0.48	0.72	0.96
$\bar{F}$	0.00	0.19	0.34	0.42	0.32
	0.00	0.20	0.35	0.45	0.38
	0.00	0.12	0.20	0.25	-
$\Phi(\text{°})$	-	22.06	23.88	29.26	65.92
	-	15.00	16.00	20.00	50.00
	-	30.00	31.00	36.00	-
$\bar{T}$	$7.85 \times 10^{-3}$	$8.54 \times 10^{-3}$	$1.07 \times 10^{-2}$	$1.51 \times 10^{-2}$	$2.48 \times 10^{-2}$
	$8.00 \times 10^{-3}$	$9.00 \times 10^{-3}$	$1.20 \times 10^{-2}$	$1.60 \times 10^{-2}$	$2.60 \times 10^{-2}$
	-	-	-	-	-

Note:  $f_s = f_r = 0.010$ ; Numerical solution of this paper; Antunes analytic solution<sup>[4]</sup>; Grunenwald's experimental result<sup>[5]</sup>.

注:  $f_s = f_r = 0.010$ ; 本文的数值解; Antunes 的解析解<sup>[4]</sup>; Grunenwald 的实验结果<sup>[5]</sup>.

况 结果表明本文的数值计算结果与解析解<sup>[4]</sup>具有较好的一致性且更趋近于实验数据<sup>[5]</sup>.

图 2 给出了不同间隙下的周向无量纲压力分布 ( $\epsilon = 0.10$ ,  $\bar{e}_s = \bar{e}_r = 0.001$ ). 可以看出, 当  $\delta = 0.001$  时, 压力呈反对称分布; 当  $\delta = 0.010$  时这种反对称分布的形态发生了变化, 直至  $\delta = 0.100$  时变成正对称分布 这是由于随着间隙的增大, 惯性项的影响加大 数值结果与文献[4]的解析结果定性一致 图 3 给出了大间隙环流中不同偏心率下转子壁面粗糙度的周向变化 ( $\delta = 0.100$ ,  $\bar{e}_s = 0.001$ ). 可见, 转子壁面摩擦系数不仅沿周向变化, 而且随偏心率的增加变化幅度增大, 其原因在于偏心率的增加使周向速度变化幅度增大; 静子壁面摩擦系数的情况相似 这表明 Antunes 假设壁面摩擦系数相等有一定的局限性

图 4 给出了大间隙环流时不同转子壁面粗糙度下的周向无量纲压力分布 ( $\delta = 0.100$ ,  $\bar{e}_s = 0.001$ ,  $\epsilon = 0.70$ ). 可见随着转子壁面粗糙度的增加, 压力增大 其原因是随着壁面粗糙度的增加, 壁面摩擦系数增大, 因此耗散效应增大, 而使 Reynolds 数下降; 同时转子壁面粗糙度的增加使旋流效应增强也是造成压力增大的原因 另外还发现, 当静子壁面粗糙度增加时结果与之相反; 两者同时增加时压力几乎没有变化, 即两者的作用互相抵消

图(5~ 7)分别给出了大间隙环流时不同偏心率和壁面粗糙度下静态力、偏位角和力矩的变化情况 ( $\delta = 0.100$ ). 由图 5 可见, 随着偏心率的增大, 静态力先增后减, 在  $\epsilon = 0.72$  附近

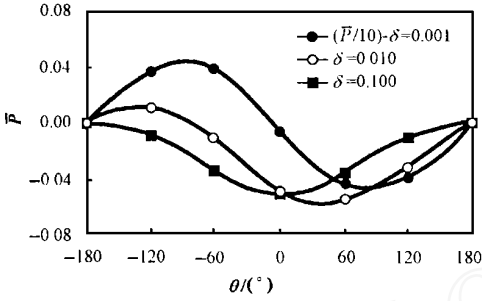


Fig 2 Static pressure distribution under different reduced gap

图2 不同间隙下的周向压力分布

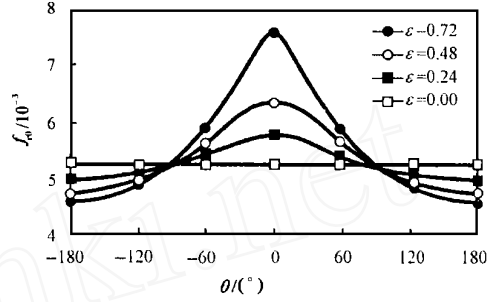


Fig 3 Rotor wall friction coefficient under different eccentricity ratio

图3 不同偏心率下周向转子壁面摩擦系数

达最大值, 这与 Antunes<sup>[4]</sup>的解析解和 Vohr<sup>[8]</sup>的实验结果定性一致。转子壁面粗糙度增加时静态力增大, 而静子壁面粗糙度增加时静态力减小; 两者同时增加时静态力变化较小。由图6可见, 偏位角随偏心率单调增加, 并在  $\epsilon = 0.72$  附近陡增。另外, 静子壁面粗糙度增加时

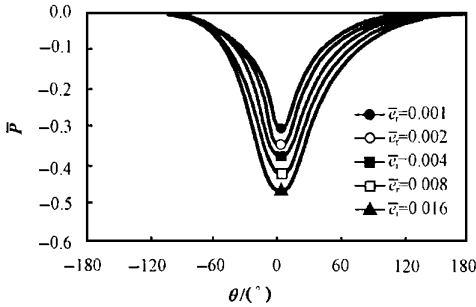


Fig 4 Static pressure distribution under different rotor wall roughness

图4 不同转子壁面粗糙度下的静压力

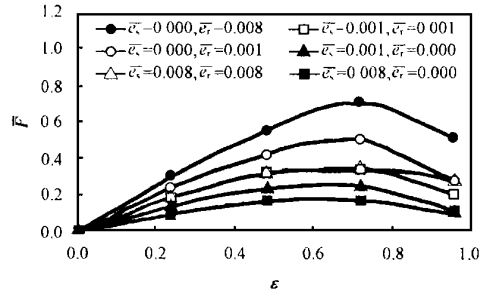


Fig 5 The change of static force under different eccentricity and wall roughness

图5 不同偏心率和壁面粗糙度下的静态力

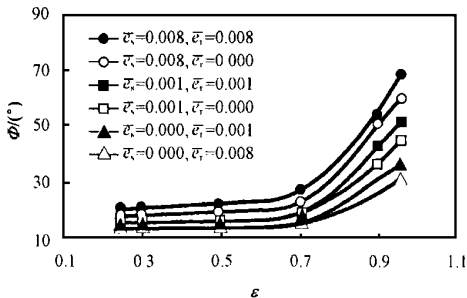


Fig 6 The change of attitude angle under different eccentricity and wall roughness

图6 不同偏心率和壁面粗糙度下的偏位角

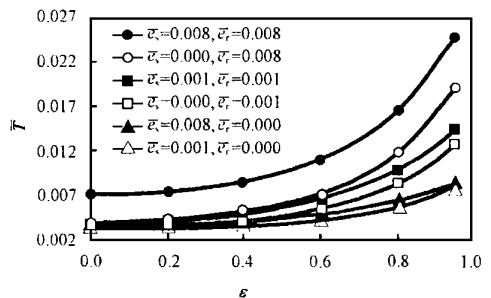


Fig 7 The change of static moment under different eccentricity and wall roughness

图7 不同偏心率和壁面粗糙度下静态力矩

偏位角增大, 转子壁面粗糙度对偏位角影响较小; 两者同时增加时偏位角增大。由图7可见, 力矩随偏心率单调增大, 且随转子壁面粗糙度或静子壁面粗糙度的增加而增大。

### 3 结论

与已有解析解和实验结果比较, 本文的数值解正确可靠; 大间隙环流与小间隙环流周向无量纲压力不同, 呈正对称分布; 转子、静子壁面摩擦系数不仅沿周向变化, 而且随偏心率的增加而增大; 转子壁面粗糙度、静子壁面粗糙度和偏心率是影响转子静特性的重要参数

#### [ 参 考 文 献 ]

- [ 1 ] Childs D W. Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling and Analysis[M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1993
- [ 2 ] 陈晓阳, 张直明, 马家驹. 有限长线接触弹流润滑研究的现状与展望[J]. 摩擦学学报, 1997, 17(3): 281~ 288
- [ 3 ] Fritz R. The Effects of an Annular Fluid on the Vibrations of a Long Rotor: Part 1: Theory[J]. ASME Journal of Basic Engineering, 1970, 92: 923~ 929
- [ 4 ] Antunes J, Axisa F, Grunewald T. Dynamics of Rotors Immersed in Eccentric Annular Flow. Part 1: Theory [J]. Journal of Fluid and Structures, 1996, 10: 893~ 918
- [ 5 ] Grunewald T, Axisa F, Bennett G, *et al* Dynamics of Rotors Immersed in Eccentric Annular Flow. Part 2: Experiments[J]. Journal of Fluid and Structures, 1996, 10: 919~ 944
- [ 6 ] Hirs G G. A Bulk-Flow Theory for Turbulence in Lubricant Film[J]. ASME Journal of Lubrication Technology, 1973, 95: 137~ 146
- [ 7 ] Nelson C C, Nguyen D T. Comparison of Hirs Equation with Moody Equation for Determining Rotordynamic Coefficients of Annular Pressure Seals[J]. ASME Journal of Tribology, 1987, 109: 144~ 148
- [ 8 ] Vohr J H. An Experimental Study of Taylor Vortices and Turbulence in Flow Between Eccentric Rotating Cylinders[J]. ASME Journal of Lubrication Technology, 1968, 90: 285~ 296

## Study on Wall Friction and Static Characteristics of Eccentric Rotor in Large Gap Annular Flow

SUN Q i-guo, JIANG Pei-lin, YU L ie

(Theory of Lubrication and Bearing Institute, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** Based on the turbulent bulk flow theory and Moody wall friction coefficients equation, 3D non-linear partial differential equations of large gap annular flow field are simplified, and zero-order perturbation equations derived. The static characteristics of eccentric rotor have been investigated with numerical method. The results show that there are many differences in the static characteristics of the rotor in large gap annular flow and that in bearings and seals, and the wall friction coefficient changes circumferentially. The results also show that the wall roughness and the eccentricity ratio have considerable effects on the static characteristics in large gap annular flow.

**Key words:** large gap annular flow; turbulent bulk flow theory; wall friction; rotor static characteristics

**Classifying number:** TH 113.1